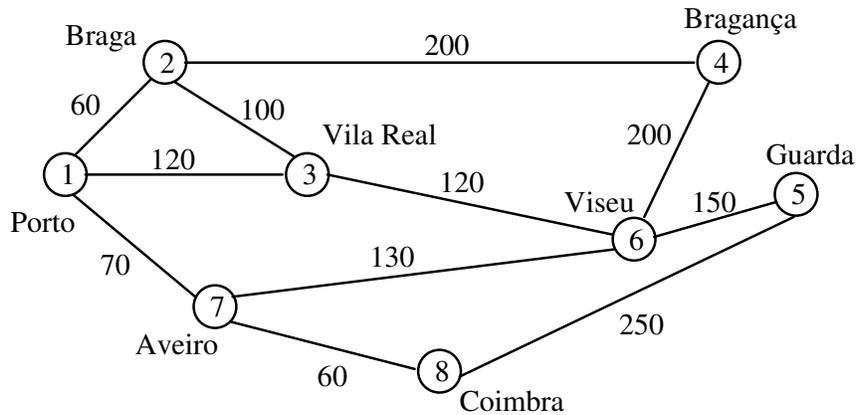
Fundamentos de Investigação Operacional

Folha nº. 3 Problemas de optimização em redes 2008/09

1- Uma companhia sediada no Porto pretende estabelecer o plano mais económico para as deslocações dos seus vendedores às cidades onde existem representantes dos seus produtos. A fig. mostra um mapa simplificado onde os nós representam as cidades e os arcos representam as ligações possíveis.

A cada arco está associado um valor representando o custo que a empresa atribui a esse trajecto, em função da distância, das condições da estrada e da densidade do tráfego.

Determine os percursos mais económicos que os vendedores da empresa deverão efectuar entre a sede e todas as cidades.

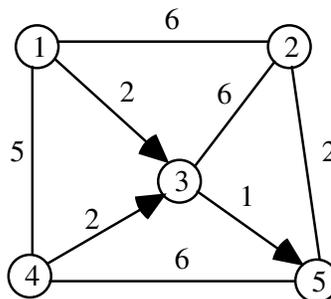
2- Uma empresa pretende determinar a política óptima de substituição de um dado equipamento num período de planeamento de 5 anos. Os custos envolvidos são

K_j = custo de aquisição do equipamento no ano j

S_j = valor residual do equipamento após j anos de uso

c_j = custos de operação e manutenção durante o ano j

Formule este problema como um de caminho mais curto numa rede dirigida.

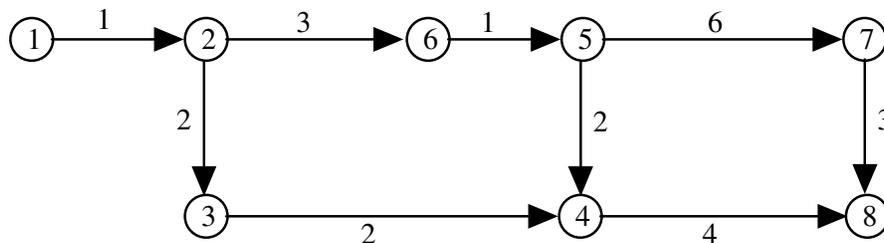
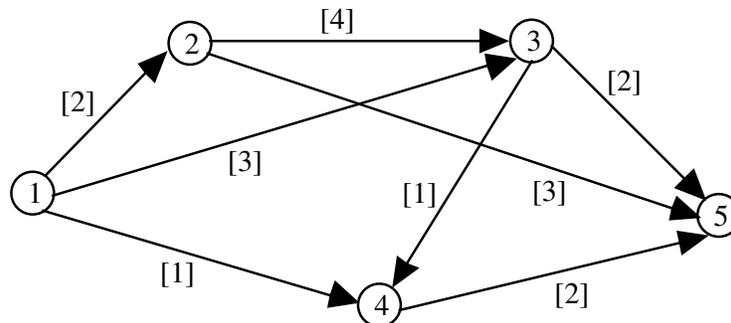
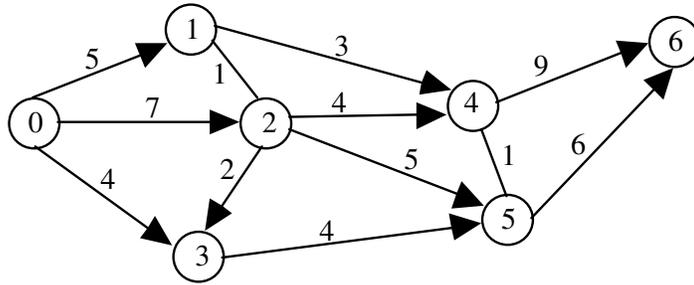
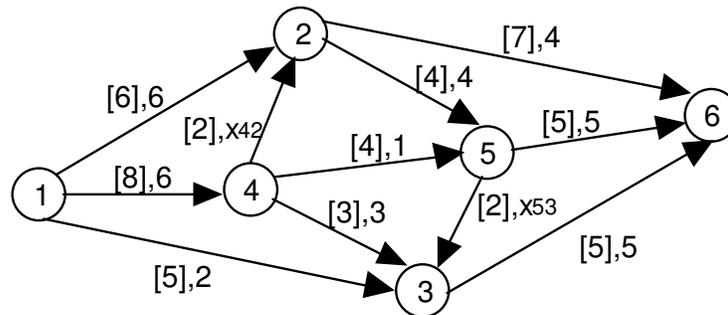
3- Usando o algoritmo de Floyd determine os caminhos mais curtos entre todos os pares de nodos na rede da fig.

4- Em todas as cidades da região em análise no prob. 1 estão sediadas empresas de diferentes ramos de actividade que têm necessidade de definir os trajectos mais económicos para as deslocações dos seus vendedores entre a sede e as restantes cidades.

Adoptando o mesmo mapa simplificado do prob. 1, determine os percursos mais económicos para cada empresa.

5- Uma empresa de telecomunicações pretende servir a mesma região do prob. 1 com uma nova rede telefónica. Na fig. os nodos representam as localidades a servir e os arcos representam as ligações onde é tecnicamente possível o lançamento de cabos. A cada arco está associada a distância entre as localidades que liga.

Quais as ligações a concretizar se a empresa quiser minimizar o comprimento de cabo a instalar?

6- A rede da fig. representa uma parte do sistema rodoviário de uma cidade. O custo associado a cada arco representa o tempo médio (em minutos) que o tráfego demora nesse percurso.

A cada mudança de direcção num cruzamento está associada uma penalização adicional de 3 minutos. Qual o caminho mais rápido entre o nodo **1** e o nodo **8** ?

7- Dada a rede da fig., onde a cada arco está associada a sua capacidade, qual o fluxo máximo que pode ser enviado do nodo origem (1) para o nodo terminal (5) ?

8- A empresa Paga & Ri, Lda. é proprietária de um parque de diversões. Na fig. os nodos representam os pontos de diversão e os arcos as respectivas ligações, onde os visitantes são transportados por pequenos comboios eléctricos. Dado que os caminhos são algo acidentados geograficamente e o material circulante apresenta sinais de envelhecimento, apenas podem ser realizadas diariamente as viagens assinaladas. Assumindo que os comboios andam sempre cheios, quais são os percursos e quantos comboios devem circular de modo a levar o máximo número de visitantes diários da entrada (nodo 0) para a montanha russa (nodo 6). Considere a situação em que não há viagens como solução inicial.

9- Na rede da figura, a cada arco (i,j) está associada a sua capacidade ([b_{ij}]) e o fluxo nele existente (x_{ij}).

(a) Determine o valor de x_{42} e de x_{53} de modo a que a solução actual seja admissível.

(b) Determine o fluxo máximo que pode ser enviado do nodo origem 1 para o nodo terminal 6. (No processo de etiquetagem, siga a ordem crescente do índice dos nodos, eventualmente usando a excepção de tentar etiquetar o nodo terminal antes de outros nodos com índice mais baixo.)

(c) Determine o corte mínimo da rede e mostre que a sua capacidade é igual ao fluxo máximo.

10- Determine o plano óptimo de envio de 10 unidades de fluxo ao custo mínimo do nodo 1 para o nodo 5 na rede da fig.

b_{ij} representa a capacidade do arco e c_{ij} o custo de enviar uma unidade de fluxo através do arco.